Première semaine de travail : Série de Fourier

QCM de cours

Ce QCM sert à vous autoévaluer sur votre assimilation du cours de la **semaine 1** sur les séries de Fourier. Il se compose de questions traitant des formules fondamentales du cours. Elles sont directement liées au cours et ne nécessitent pas de calcul.

1- Soit f une fonction périodique, de période a. Alors :

A - $f(x+a) = f(a)$
B - $f(x+\frac{a}{2}) = f(x)$
C - $f(x+a) = f(x)$

2- Soit la fonction $f(x) = \sin(\frac{4x}{\pi})$. Quelle est sa période :

A - 2π
B - $0.5\pi^2$
C - 0.5

3- Soit une fonction f périodique de période a. Les coefficients, c_n, de sa décomposition en série d'*exponentielles* s'écrivent
A - $\frac{2}{a}\int_0^{\frac{a}{2}} f(t)\exp\left(-2i\pi n\frac{t}{a}\right) dt$
B - $\frac{1}{a}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} f(t)\exp\left(-2i\pi n\frac{t}{a}\right) dt$
C - $\frac{1}{a}\int_0^{\frac{a}{2}} f(t)\exp\left(-2i\pi n\frac{t}{a}\right) dt$

4- Soit une fonction f périodique de période a. Les coefficients, a_n, $n \neq 0$, de sa décomposition en série *sinus-cosinus* s'écrivent
A - $\frac{2}{a}\int_0^{a} f(t)\cos\left(2\pi n\frac{t}{a}\right) dt$
B - $\frac{2}{a}\int_0^{a} f(t)\exp\left(2\pi n\frac{t}{a}\right) dt$
C - $\frac{2}{a}\int_0^{a} f(t)\sin\left(2\pi n\frac{t}{a}\right) dt$

5- Soit une fonction f périodique de période a. Le coefficient, a_0 de sa décomposition en série *sinus-cosinus* s'écrit
A - $\frac{1}{a}\int_0^{a} f(t)\cos\left(2\pi\frac{t}{a}\right) dt$
B - $\frac{1}{a}\int_0^{a} f(t)\, dt$
C - $\frac{1}{a}\int_0^{a} f(t)\sin\left(2\pi\frac{t}{a}\right) dt$

6- Soit une fonction f périodique de période a. Les coefficients, b_n de sa décomposition en série sinus-cosinus s'écrivent
A - $\frac{2}{a}\int_0^{a} f(t)\cos\left(2\pi n\frac{t}{a}\right) dt$
B - $\frac{2}{a}\int_0^{a} f(t)\exp\left(2\pi n\frac{t}{a}\right) dt$

C - $\frac{2}{a}\int_0^a f(t)\sin\left(2\pi n\frac{t}{a}\right)dt$

7- Soit f une fonction périodique *impaire*. Les coefficients de sa décomposition en série de Fourier en *sinus-cosinus* vérifient :

A - $a_n = 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}$

B - $b_n = 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

C - $c_n = 0, \quad \forall n \in \mathbb{Z}$

8- Soit f une fonction périodique *réelle*. Les coefficients, c_n, de sa décomposition en série de Fourier en d'*exponentielles* vérifient :

A - $c_{-n} = c_n, \quad \forall n \in \mathbb{N}$

B - $c_{-n} = \overline{c_n}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

C - $c_{-n} = -c_n, \quad \forall n \in \mathbb{Z}$

9- Soit f une fonction périodique *paire*. Les coefficients de sa décomposition en série de Fourier en *sinus-cosinus* vérifient :

A - $a_n = 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}$

B - $b_n = 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

C - a_n et b_n réels, $\quad \forall n \in \mathbb{Z}$

10- Quelle relation existe-t-il entre les coéfficients de Fourier d'une fonction périodique quelconque, pour $n \geq 1$

A - $c_n = \frac{(a_n - ib_n)}{2}$

B - $c_n = \frac{(a_n + ib_n)}{2}$

C - $c_n = \frac{(a_n - b_n)}{2}$

11- L'égalité de Parseval, pour une fonction f périodique et de carré intégrable, nous dit que

A - $\frac{1}{a}\int_0^a |f(t)|^2\,dt = \sum\limits_{n=0}^{\infty} |c_n|^2$

B - $\frac{1}{a}\int_0^a |f(t)|\,dt = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$

C - $\frac{1}{a}\int_0^a |f(t)|^2\,dt = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$

12- Soit f une fonction définie sur un intervalle borné I de $\mathbb{R}$. Cette fonction sera dite $\mathcal{C}^1$ par morceaux sur I si elle est continue par morceaux sur I et si :

A - f est dérivable sur I sauf sur un ensemble fini de points et de dérivee $\mathcal{C}^1$ par morceaux

B - f est dérivable sur I

C - f est dérivable sur I sauf sur un ensemble fini de points

13- Soit f une fonction de période a et $\mathcal{C}^1$par morceaux sur $[0, a]$. On a alors

A - $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{2i\pi n \frac{t_0}{a}} = \frac{1}{2}\left[f(t_{0+}) + f(t_{0-})\right] \qquad \forall t_0 \in \mathbb{R}$

B - $f(t_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\,(f)\; e^{2i\pi n \frac{t_0}{a}} \qquad \forall t_0 \in \mathbb{R}$

C - Rien de particulier, il manque des hypothèses