

QCM de prérequis

Ce QCM sert à vérifier que vous maîtrisez les prérequis nécessaires pour le module qui traite de l'intégration et la transformée de Fourier. Il se compose de 10 questions portant sur les notions de base d'intégration, sur la convergence ainsi que sur quelques inégalités fondamentales. Rappelons que ces prérequis ont été abordés dans un module de révision spécifique.

Intégration

1- Intégrale généralisée

Soit l'intégrale impropre $\int_0^{+\infty} \frac{2}{t} dt$. Cette intégrale est :

- A - convergente en 0 et divergente en $+\infty$
- B - divergente en 0 et convergente en $+\infty$
- C - divergente en 0 et divergente en $+\infty$

2- Intégration par parties

Soit f et g deux fonctions dérivables. La formule d'intégration par parties dit que $\int_a^b f(t) g'(t) dt =$

- A - $f(t) g(t)|_a^b - \int_a^b f'(t) g(t) dt$
- B - $f'(t) g(t)|_a^b - \int_a^b f(t) g(t) dt$
- C - $f'(t) g'(t)|_a^b - \int_a^b f(t) g(t) dt$

3- Calcul d'intégrale 1

$\int_0^{+\infty} te^{-2t} dt =$

- A - 0
- B - $\frac{1}{4}$
- C - $-\frac{1}{2}$

4- Calcul d'intégrale 2

$\int_0^\pi \cos^2 2x dx =$

- A - 0
- B - $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}$
- C - $\frac{\pi}{2}$

Convergence et série

5- Etude de convergence d'une suite de fonctions

Soit la suite de fonctions $(f_n)_n$ définies sur \mathbb{R} par

$$f_n(x) = (\sin x)^n$$

Cette suite est convergente vers la fonction nulle

- A** - quel que soit $x \in \mathbb{R}$ sauf si $x = k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}^*$
- B** - quel que soit $x \in \mathbb{R}$
- C** - quel que soit $x \in \mathbb{R}$ sauf si $x = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$

6- Etude de convergence d'une série 1

Soit la série d'indice n définie par $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$. Cette série converge vers

- A** - e^{-1}
- B** - ne converge pas
- C** - e^n

7- Etude de convergence d'une série 2

Soit la série d'indice n définie par $\sum_{n=0}^{+\infty} x^n$. Cette série converge

- A** - si $|x| < 1$
- B** - $\forall x \in \mathbb{R}$
- C** - si $|x| \leq 1$

8- Limite utile

Pour tout x dans \mathbb{R} on a

- A** - $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$
- B** - $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = 1$
- C** - $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = \infty$

Inégalités remarquables

9- Inégalité 1

$\forall x \in \mathbb{R}$, le sinus cardinal, défini par $\frac{\sin x}{x}$, est majoré en module par

- A** - 1
- B** - $\frac{1}{2}$
- C** - 0

10- Inégalité 2

La comparaison des fonctions e^x et $1 + x$ s'exprime par

A - $e^x = 1 + x$

B - $e^x > 1 + x$

C - $e^x \geq 1 + x$